

La scala delle magnitudini stellari

=====

La magnitudine di una stella e' una misura della sua luminosita'. Essendo stata costruita molto prima dell'invenzione dei vari fotometri, la scala delle magnitudini si basa sul modo in cui noi percepiamo le differenze di luminosita'. I nostri recettori (coni e bastoncelli) rispondono agli stimoli luminosi in maniera non lineare, bensì logaritmica.

Questo ci porta ad interpretare come differenza di luminosita' quelli che sono in effetti rapporti, ovvero i nostri recettori fanno corrispondere ad un aumento di tipo moltiplicativo dello stimolo un incremento lineare della risposta.

Per fissare le idee proviamo a paragonare la risposta ad una luminosita' x con quella relativa ad una luminosita' $2x$, avremo:

$$\log(2x) = \log(x) + \log(2)$$

dove il valore di b dipende esclusivamente dalla scala di misura che ci parra' di adottare (cioe', fissata la scala di misura resta fissata la b). Per motivi di semplicita' di calcolo, ci si e' trovati d'accordo nel fissare $b=10$ e lasciare il compito della determinazione della scala di misura ad una costante moltiplicativa k . Così l'esempio precedente diventa:

$$k \log(2x) = k \log(x) + k \log(2)$$

o, piu' in generale, per due stelle di luminosita' apparente x_1 ed x_2

$$k \log(x_1) = k \log(x_2) + k \log(x_1 / x_2)$$

dove l'unica cosa che ci separa dal chiamare "magnitudine" la quantita' $k \log(x)$ consiste nel non aver ancora determinato la costante k , o meglio: l'unica cosa che ci separa dal determinare k e' la definizione della scala delle magnitudini. Allora ricordiamo come e' fissata questa scala di misura: quella delle magnitudini. Per convenzione, una stella di magnitudine 1 differisce da una di magnitudine 6 (e quindi una di 2 da una di 7 e per un qualsiasi altro salto di 5 magnitudini) per un fattore 100, cioe' ad una differenza di 5 magnitudini corrisponde un rapporto fra le luminosita' pari a 100. in cifre: $m_1 - m_2 = -5$ se e solo se $x_1/x_2 = 100$. Da tutte queste considerazioni precedenti si puo' ricavare la costante k nel modo seguente: consideriamo proprio il caso di due stelle, la prima di luminosita' x_1 e magnitudine $m_1 = k \log(x_1)$ e la seconda meno brillante di luminosita' x_2 e magnitudine $m_2 = k \log(x_2)$ con $m_1 - m_2 = -5$ e quindi $x_1/x_2 = 100$ e riscriviamo la formula precedente:

$$k \log(x_1) - k \log(x_2) = k \log(100)$$

che dopo le opportune sostituzioni diventa:

$$-5 = k \cdot 2$$

e cioe' finalmente

$$k = -2.5.$$

In questo modo si ricava la famosa formula di Pogson:

$$m_1 - m_2 = 2.5 \cdot \log(x_2/x_1)$$

Se limitiamo il discorso a stelle uguali per dimensioni e temperatura, come argomento del logaritmo possiamo, al posto della quantità "luminosità" introdurre la quantità ad essa proporzionale "inverso del quadrato della distanza", dopodiché la cosa potrà scriversi così:

$$m_1 - m_2 = 2.5 \cdot \log [(1/d_2^2)/(1/d_1^2)]$$

$$m_1 - m_2 = 2.5 \cdot \log [(d_1/d_2)^2] = 5 \cdot \log(d_1/d_2)$$

i cui termini estremi ci conducono alla formula che lega la distanza di una stella espressa in parsec D (un parsec è la distanza alla quale l'unità astronomica = distanza media terra sole = 149.597.892 km si vedrebbe sotto un angolo di 1 secondo d'arco), con la sua magnitudine assoluta M e quella apparente m. Infatti, essendo M nient'altro che la magnitudine che la stella avrebbe se fosse osservata a 10 parsec di distanza, si ha:

$$m = M + 5 \cdot \log(d/10) = 5 \cdot \log(d) - 5$$

formula utilissima per stimare la distanza di una stella una volta nota la sua magnitudine apparente m (misurata con un fotometro) e la sua magnitudine assoluta M (stimata in base al tipo spettrale della stella in questione).

da: Mario Frasca, "Notiziario UAN Estate 1987"